Allgemein schreiben wir die *Nullpunktsenergie* in der Form:

$$U_0 = \gamma \, N \, \frac{h^2}{m} \, V^{-2/3}. \tag{40}$$

Dabei tritt ein Zahlenfaktor γ auf, der von der Gestalt des Gefäßes abhängt. Unter allen Hohlkörpern gegebenen Inhalts V besitzt die Kugel den tiefsten Eigenwert. Dieser läßt sich unschwer berechnen. Es gilt also stets

$$\gamma \geqq \frac{1}{8} \left(\frac{4\,\pi}{3} \right)^{2/3}. \tag{41}$$

Die Nullpunktsenergie des Fermi-Gases ist zum Vergleich

$$U_{0\ \mathrm{Fermi}} = \frac{3\,N^{5/3}}{40} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} \, V^{-2/3}. \tag{42}$$

Sie unterscheidet sich also von derjenigen des Bose-Gases um einen Faktor der Größenordnung $N^{2/3}$ und ist von der Gestalt des Gefäßes praktisch unabhängig.

Die vorliegende Arbeit stellt die Erweiterung eines Vortrages im Seminar für theoretische Physik der Technischen Hochschule München dar. Den Leitern des Seminars, Hrn. Prof. Sauter und Hrn. Prof. Meixner, möchte der Verf. für fördernde Diskussionen danken. Sein besonderer Dank gilt Hrn. Geheimrat Sommerfeld für wertvolle Anregungen.

Die Quantenstatistik und das Problem des He II[1]

Von A. Sommerfeld

(Z. Naturforschg. **1**, 120 [1946]; eingegangen am 1. Februar 1946)

Zu diesem Problem sind inzwischen wertvolle Beiträge geliefert worden, auf die ich hier in aller Kürze hinweisen möchte, von G. Schubert[2] einerseits und H. Wergeland[3] andererseits.

Während die von mir übernommene Methode von Giovanni Gentile jr. die Stirlingsche Grenzformel verwendete, die nur bis auf höhere Glieder in 1/N (N = Teilchenzahl) korrekt ist, hat Hr. Schubert die strenge Methode der Zustandssumme und ihrer Berechnung auf dem Darwin-Fowlerschen Wege durchgeführt. Er gelangt dabei zu einem Korrektionsgliede, welches von der Ordnung 1/N, also von einer viel höheren Größenordnung ist, als das von Gentile der Boseschen Verteilungsfunktion hinzugefügte exponentielle Korrektionsglied. Wenn man also die u. a. von Gentile ausgesprochene, von mir geteilte Ansicht begründen will, daß die paradoxen Eigenschaften des He II auf der (scheinbaren) Singularität der Boseschen Verteilungsfunktion im Einsteinschen Kondensationspunkte beruhen, so hätte man die *van der Waalsschen Kräfte*, wie das S. 1994 meiner Note gefordert wurde, nicht in die Gentilesche, sondern in die exaktere Schubertsche Formulierung der Bose-Verteilung einzuführen. Es ist zu erwarten, daß auf diesem Wege die S. 1991 meiner Note besprochenen Resultate von F. London teils bestätigt, teils weitergeführt und vereinfacht werden können.

Hr. Wergeland andererseits geht von der allgemeinen Gibbsschen Statistik aus und gelangt, indem er in dieser die endliche Anzahl N der Teilchen berücksichtigt, zu einer der Gentileschen analogen Formulierung; von der Stirlingschen Grenzformel wird auch hier kein Gebrauch gemacht. Was sich dabei für das Problem des He II ergibt, könnte wieder erst nach Einführung von van der Waalsschen Kräften entschieden werden. Sein Urteil über den Nutzen der Gentileschen Statistik faßt Hr. Wergeland in einem Privatbriefe an mich dahin zusammen, „daß sie zwar wie die üblichen Verteilungsformeln auch nur eine *Näherung*, aber in wichtigen Fällen eine *bessere* Näherung sei als diese, da sie z. B. die Nullpunkts-Schwankungen größenordnungsmäßig richtig liefert“.

[1] Nachtrag zur gleichnamigen Note in d. Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. **75**, S. 1988, Jubiläumsband 1942.

[2] Vergl. die vorangehende Arbeit; sie wurde mir vom Verf. freundlichst vor ihrem Erscheinen vorgelegt.

[3] Kong. Norske Vidensk. Selsk. Forhandl. **XVII**, Nr. 13 u. 15, S. 51 u. 63.